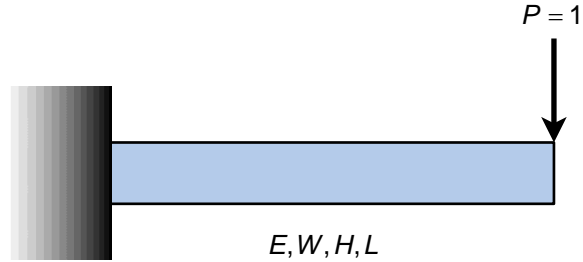


第3.4節 含交互作用的加法模式

Additive Models with Interactions

- 3.4-1 因子效應的理論解 (Analytical Factor Effects)
- 3.4-2 兩水準直交表實驗 (L_8) (2-Level Experiments with L_8)
- 3.4-3 三水準直交表實驗 (L_{27}) (3-Level Experiments with L_{27})
- 3.4-4 混合水準直交表實驗 (L_{18}) (Mix-Level Experiments with L_{18})

懸臂樑實例



$$E' = E^{1-kT}$$

$$y = \frac{CL^3}{E^{1-kT}WH^3} \quad (3.4-1式)$$

取對數：

3.4-1 因子效應的理論解 (Analytical Factor Effects)

$$\eta = \eta_c + kT \log E - \log E - \log W - 3 \log H + 3 \log L \quad (3.4-2式)$$

表3.4-1 因子及其水準 (2水準實驗)

Factor	Description	Level 1	Level 2
<i>T</i>	Temperature (°C)	0	100
<i>E</i>	Elastic modulus (GPa)	30	120
<i>W</i>	Beam width (mm)	3	5
<i>H</i>	Beam height (mm)	0.8	1.2
<i>L</i>	Beam length (mm)	16	24

表3.4-2 因子效應及交互作用的理論值

	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>TxE</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>
Effect	0.717	-0.557	-0.045	-0.222	-0.528	0.528

W, H, L的因子效應

$$\eta = \eta_c + kT \log E - \log E - \log W - 3 \log H + 3 \log L \quad (3.4-2式)$$

$$E_W =$$

$$E_H =$$

$$E_L = :$$

T的因子效應

$$\eta = \eta_c + kT \log E - \log E - \log W - 3 \log H + 3 \log L \quad (3.4-2式)$$

$$E_T = |$$

顯然地，T的因子效應依E而不同。

我們先用平均值來計算，並稱之為T的「平均因子效應」或「主因子效應」或簡稱因子效應：

$$E_T =$$

T的因子效應隨E的改變量

$$E_T = [kT \log E]_{T_1}^{T_2} = k(T_2 - T_1) \log E$$

另一部份是隨E 而改變的部份，稱為T 與E 間的交互作用，記為 $E_{T \times E}$ ，並定義為T 因子效應在E 因子從E1 變動到E2 時的差異的一半，並取反號：

$$E_{T \times E} =$$

E的因子效應

$$\eta = \eta_c + kT \log E - \log E - \log W - 3 \log H + 3 \log L \quad (3.4-2式)$$

同樣地，E 的因子效應是

$$E_E =$$

其中「主因子效應」是

$$E_E =$$

E的因子效應隨T的改變量

$$E_E = \left[(kT - 1) \log E \right]_{E1}^{E2} = (kT - 1) (\log E2 - \log E1)$$

而E與T間的交互作用，記為 $E_{E \times T}$ ，是E因子效應在T因子從T1變動到T2時的差異的一半，並取反號：

$$E_{E \times T} =$$

交互作用

比較 $E_{E \times T}$ 與 $E_{T \times E}$ ，我們得到一個很重要的結論：

此值稱為T 與E 的交互作用。

3.4-2 兩水準直交表實驗 (L8)

表3.4-3 L₈(2⁷)直交表

Exp.	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>TxE</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>TxL</i>	<i>L</i>
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

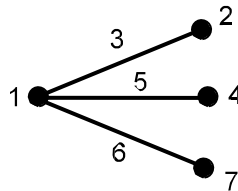


圖3.4-1 L₈(2⁷)點線圖

實驗數據

表3.4-4 實驗數據 (L₈直交表實驗)

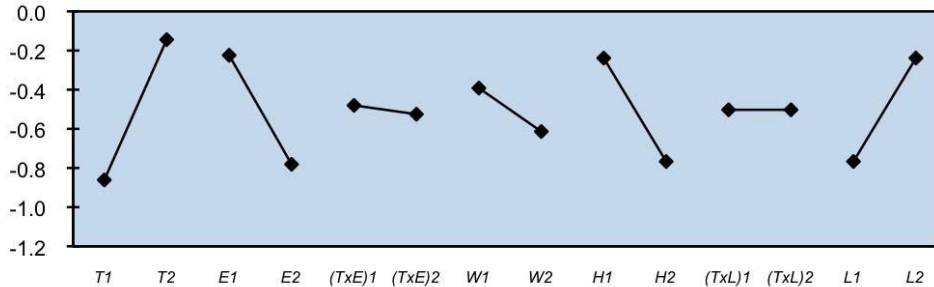
Exp.	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>y</i>	η
1	0	30	3	0.8	16	0.3556	-0.449
2	0	30	5	1.2	24	0.2133	-0.671
3	0	120	3	0.8	24	0.3000	-0.523
4	0	120	5	1.2	16	0.0158	-1.801
5	100	30	3	1.2	24	1.6691	0.222
6	100	30	5	0.8	16	1.0014	0.001
7	100	120	3	1.2	16	0.1522	-0.818
8	100	120	5	0.8	24	1.0403	0.017

Ave = -0.503

因子反應分析

表3.4-5 因子反應表 (L₈直交表實驗)

	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>TxE</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>TxL</i>	<i>L</i>
Level 1	-0.861	-0.224	-0.480	-0.392	-0.239	-0.503	-0.767
Level 2	-0.144	-0.781	-0.525	-0.614	-0.767	-0.503	-0.239
Effect	0.717	-0.557	-0.045	-0.222	-0.528	0.000	0.528



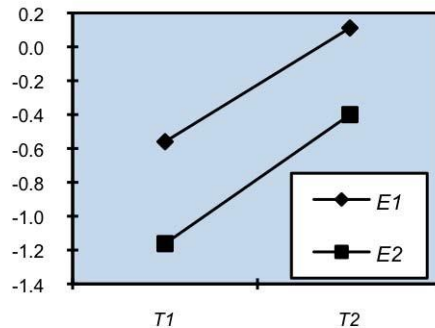
How to calculate TxE?

交互作用表/圖

表3.4-6 T 與 E 的交互作用表（ L_8 直交表實驗）

	$T1$	$T2$
$E1$	-0.560	0.112
$E2$	-1.162	-0.400

How to establish this table?



Go to page 16

交互作用數值的意義

- 表3.4-5中，T 與E 的交互作用的計算程序類似於因子效應的計算：

$$\bar{\eta}_{(TxE)1} =$$

$$\bar{\eta}_{(TxE)2} =$$

$$E_{TxE} =$$

- $\bar{\eta}_{(TxE)1}$ 及 $\bar{\eta}_{(TxE)2}$ 的意義是什麼呢？
- 這兩個數值與交互作用表（表3.4-6）中的數值有什麼關係呢？

交互作用數值的意義

- 將 $\bar{\eta}_{(TxE)1}$ 及 $\bar{\eta}_{(TxE)2}$ 的數值 (-0.480與-0.525) 與交互作用表 (表3.4-6) 中的數值作一比對，我們可以發現下列關係：

$$\bar{\eta}_{(TxE)1} =$$

$$\bar{\eta}_{(TxE)2} =$$

- 交互作用則可以表示成

$$E_{TxE} = :$$

交互作用數值的意義

- 前面提過，交互作用圖中，兩直線間的不平行程度代表交互作用的大小，不平行的程度越大，代表交互作用越大。
- 兩直線間不平行的程度可以用兩直線端點的距離差來代表。
- 3.4-5式的意義就是兩直線間不平行的程度
 - 在 T_1 那一端，兩直線相差？ $(\bar{\eta}_{T_1E_2} - \bar{\eta}_{T_1E_1} = \quad)$ ，
 - 在 T_2 那一端，兩直線相差？ $(\bar{\eta}_{T_2E_2} - \bar{\eta}_{T_2E_1} = \quad)$ ，
 - 兩者相差？(後者減前者並取反號)，平均(亦即在中途點)相差了？
，這個數值就是本例中T與E的交互作用數值。
- 結論是：因子反應表中的交互作用數值(?)代表交互作用圖上直線的不平行程度，更精確的定義則以3.4-5式來表示。

Go to page 13

帶有交互作用的實驗模式

- 當兩個因子間存在著交互作用時，其因子效應需要包含它們之間的交互作用。本例中，實驗模式可以寫成如下的形式：

$$\begin{aligned}\eta(Ti, Ej, Wk, Hm, Ln) &= \bar{\eta} + (\bar{\eta}_{TiEj} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{Wk} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{Hm} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{Ln} - \bar{\eta}) \\ &= \bar{\eta}_{TiEj} + \bar{\eta}_{Wk} + \bar{\eta}_{Hm} + \bar{\eta}_{Ln} - 3\bar{\eta}\end{aligned}\tag{3.4-6式}$$

- 嚴格來說，3.4-6式不能稱之為「加法模式」（加法模式定義在3.2-6小節），因此，我們將之稱為「帶有交互作用的加法模式」。

實驗模式與理論公式的比較

表3.4-7 實驗模式（3.4-6式）與理論公式（3.4-1式）的比較

Exp.	T	E	W	H	L	T	E	W	H	L	η	y	3.4-1式
1	1	1	1	1	1	0	30	3	0.8	16	-0.449	0.3556	0.3556
2	1	1	2	2	2	0	30	5	1.2	24	-0.671	0.2133	0.2133
3	1	2	1	1	2	0	120	3	0.8	24	-0.523	0.3000	0.3000
4	1	2	2	2	1	0	120	5	1.2	16	-1.801	0.0158	0.0158
5	2	1	1	2	2	100	30	3	1.2	24	0.222	1.6691	1.6691
6	2	1	2	1	1	100	30	5	0.8	16	0.001	1.0014	1.0014
7	2	2	1	2	1	100	120	3	1.2	16	-0.818	0.1522	0.1522
8	2	2	2	1	2	100	120	5	0.8	24	0.017	1.0403	1.0403
a	1	1	1	2	1	0	30	3	1.2	16	-0.977	0.1053	0.1053
b	1	2	2	1	2	0	120	5	0.8	24	-0.745	0.1800	0.1800
c	2	1	1	1	2	100	30	3	0.8	24	0.751	5.6331	5.6331
d	2	2	2	2	1	100	120	5	1.2	16	-1.039	0.0913	0.0913

$$\eta(T1, E1, W1, H1, L1) =$$

沒有考慮交互作用所造成的誤差

$$\begin{aligned}
 \eta(T_i, E_j, W_k, H_m, L_n) &= \bar{\eta} + (\bar{\eta}_{T_i} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{E_j} - \bar{\eta}) \\
 &\quad + (\bar{\eta}_{W_k} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{H_m} - \bar{\eta}) + (\bar{\eta}_{L_n} - \bar{\eta}) \quad (3.4-7式) \\
 &= \bar{\eta}_{T_i} + \bar{\eta}_{E_j} + \bar{\eta}_{W_k} + \bar{\eta}_{H_m} + \bar{\eta}_{L_n} - 4\bar{\eta}
 \end{aligned}$$

表3.4-8 沒有考慮交互作用所造成的誤差

Exp.	T	E	W	H	L	T	E	W	H	L	η	y	3.4-1式	Error
1	1	1	1	1	1	0	30	3	0.8	16	-0.472	0.3375	0.3556	-5.1%
2	1	1	2	2	2	0	30	5	1.2	24	-0.694	0.2025	0.2133	-5.1%
3	1	2	1	1	2	0	120	3	0.8	24	-0.500	0.3160	0.3000	5.3%
4	1	2	2	2	1	0	120	5	1.2	16	-1.779	0.0166	0.0158	5.3%
5	2	1	1	2	2	100	30	3	1.2	24	0.245	1.7581	1.6691	5.3%
6	2	1	2	1	1	100	30	5	0.8	16	0.023	1.0549	1.0014	5.3%
7	2	2	1	2	1	100	120	3	1.2	16	-0.840	0.1445	0.1522	-5.1%
8	2	2	2	1	2	100	120	5	0.8	24	-0.005	0.9876	1.0403	-5.1%
a	1	1	1	2	1	0	30	3	1.2	16	-1.000	0.1000	0.1053	-5.1%
b	1	2	2	1	2	0	120	5	0.8	24	-0.722	0.1896	0.1800	5.3%
c	2	1	1	1	2	100	30	3	0.8	24	0.773	5.9337	5.6331	5.3%
d	2	2	2	2	1	100	120	5	1.2	16	-1.062	0.0867	0.0913	-5.1%

$$\eta(T1, E1, W1, H1, L1) =$$

$L_8(2^7)$ 直交表的自由度討論

- 當 $L_8(2^7)$ 直交表實驗中，8次的實驗結果讓我們獲得8個獨立的實驗數據。所有衍生的資料都是由這8個獨立的實驗數據所計算的，所以它們的總自由度必定不會超過8。
- 本例中，下列8個計算結果是獨立的：表3.4-5中的7個因子效應及交互作用，以及表3.4-4最下一列的總平均值。
- 一般而言，每一個2水準的因子效應必須佔用1個自由度，每一個2水準間的交互作用也必須佔用1個自由度，總平均值也必須佔用1個自由度。

3.4-3 三水準直交表實驗 (L_{27})

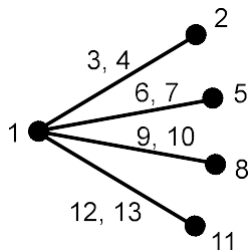
表3.4-9 因子及其水準 (3水準實驗)

Factor	Description	Level 1	Level 2	Level 3
T	Temperature (°C)	0	50	100
E	Elastic modulus (GPa)	30	60	120
W	Beam width (mm)	3	4	5
H	Beam height (mm)	0.8	1.0	1.2
L	Beam length (mm)	16	20	24

因子配置

表3.4-10 $L_{27}(3^{13})$ 直交表

Exp.	T	E	TxE	TxE	W	TxW	TxW	H	TxH	TxH	L	TxL	TxL
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2



實驗數據

表3.4-11 實驗數據 (L₂₇直交表實驗)

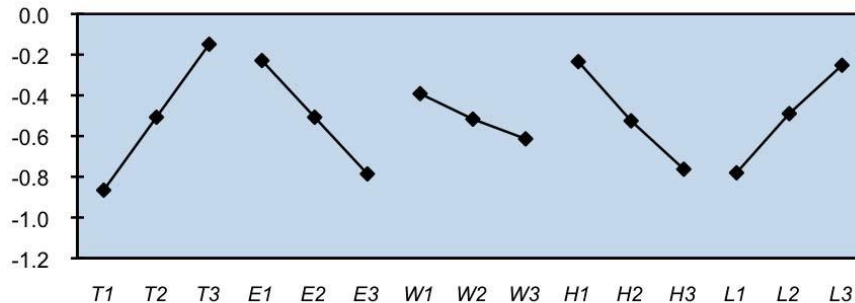
Exp.	T	E	W	H	L	y	η
	1	2	5	8	11		
1	0	30	3	0.8	16	0.3556	-0.449
2	0	30	4	1.0	20	0.2667	-0.574
3	0	30	5	1.2	24	0.2133	-0.671
4	0	60	3	1.0	24	0.3072	-0.513
5	0	60	4	1.2	16	0.0395	-1.403
6	0	60	5	0.8	20	0.2083	-0.681
7	0	120	3	1.2	20	0.0514	-1.289
8	0	120	4	0.8	24	0.2250	-0.648
9	0	120	5	1.0	16	0.0273	-1.564
10	50	30	3	0.8	16	0.7704	-0.113
11	50	30	4	1.0	20	0.5778	-0.238
12	50	30	5	1.2	24	0.4622	-0.335
13	50	60	3	1.0	24	0.7011	-0.154
14	50	60	4	1.2	16	0.0902	-1.045
15	50	60	5	0.8	20	0.4755	-0.323
16	50	120	3	1.2	20	0.1237	-0.908
17	50	120	4	0.8	24	0.5409	-0.267
18	50	120	5	1.0	16	0.0656	-1.183
19	100	30	3	0.8	16	1.6691	0.222
20	100	30	4	1.0	20	1.2518	0.098
21	100	30	5	1.2	24	1.0014	0.001
22	100	60	3	1.0	24	1.6001	0.204
23	100	60	4	1.2	16	0.2058	-0.687
24	100	60	5	0.8	20	1.0851	0.035
25	100	120	3	1.2	20	0.2973	-0.527
26	100	120	4	0.8	24	1.3003	0.114
27	100	120	5	1.0	16	0.1578	-0.802

Ave = -0.507

因子反應分析

表3.4-12 因子反應表 (L₂₇直交表實驗)

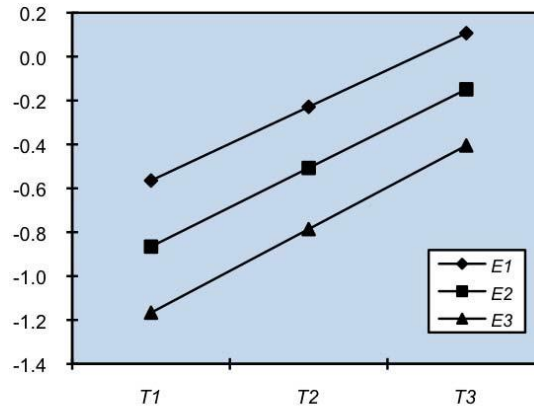
	<i>T</i>	<i>E</i>	<i>TxE</i>	<i>TxE</i>	<i>W</i>	<i>TxW</i>	<i>TxW</i>	<i>H</i>	<i>TxH</i>	<i>TxH</i>	<i>L</i>	<i>TxL</i>	<i>TxL</i>
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Level 1	-0.866	-0.229	-0.500	-0.492	-0.392	-0.507	-0.507	-0.234	-0.507	-0.507	-0.780	-0.507	-0.507
Level 2	-0.507	-0.507	-0.500	-0.515	-0.517	-0.507	-0.507	-0.525	-0.507	-0.507	-0.490	-0.507	-0.507
Level 3	-0.149	-0.786	-0.522	-0.515	-0.614	-0.507	-0.507	-0.763	-0.507	-0.507	-0.252	-0.507	-0.507
<i>E</i> ^{1→2}	0.358	-0.278	0.000	-0.023	-0.125	0.000	0.000	-0.291	0.000	0.000	0.291	0.000	0.000
<i>E</i> ^{2→3}	0.358	-0.278	-0.023	0.000	-0.097	0.000	0.000	-0.238	0.000	0.000	0.238	0.000	0.000
Total	0.717	-0.557	-0.023	-0.023	-0.222	0.000	0.000	-0.528	0.000	0.000	0.528	0.000	0.000



交互作用表/圖

表3.4-13 T與E的交互作用表 (L₂₇直交表實驗)

	T1	T2	T3
E1	-0.565	-0.229	0.107
E2	-0.866	-0.507	-0.149
E3	-1.167	-0.786	-0.405



實驗模式

$$\eta(T_i, E_j, W_k, H_m, L_n) =$$

其中 $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$; $m = 1, 2, 3$; $n = 1, 2, 3$;

譬如第1組實驗：

$$\eta(T_1, E_1, W_1, H_1, L_1) =$$

實驗模式與理論公式的比較

表3.4-14 實驗模式 (3.4-8式) 與理論公式 (3.4-1式) 的比較

Exp.	T	E	W	H	L	T	E	W	H	L	η	y	3.4-1式
	1	2	5	8	11	1	2	5	8	11			
1	1	1	1	1	1	0	30	3	0.8	16	-0.449	0.3556	0.3556
2	1	1	2	2	2	0	30	4	1.0	20	-0.574	0.2667	0.2667
3	1	1	3	3	3	0	30	5	1.2	24	-0.671	0.2133	0.2133
4	1	2	1	2	3	0	60	3	1.0	24	-0.513	0.3072	0.3072
5	1	2	2	3	1	0	60	4	1.2	16	-1.403	0.0395	0.0395
6	1	2	3	1	2	0	60	5	0.8	20	-0.681	0.2083	0.2083
7	1	3	1	3	2	0	120	3	1.2	20	-1.289	0.0514	0.0514
8	1	3	2	1	3	0	120	4	0.8	24	-0.648	0.2250	0.2250
9	1	3	3	2	1	0	120	5	1.0	16	-1.564	0.0273	0.0273
10	2	1	1	1	1	50	30	3	0.8	16	-0.113	0.7704	0.7704
11	2	1	2	2	2	50	30	4	1.0	20	-0.238	0.5778	0.5778
12	2	1	3	3	3	50	30	5	1.2	24	-0.335	0.4622	0.4622
13	2	2	1	2	3	50	60	3	1.0	24	-0.154	0.7011	0.7011
14	2	2	2	3	1	50	60	4	1.2	16	-1.045	0.0902	0.0902
15	2	2	3	1	2	50	60	5	0.8	20	-0.323	0.4755	0.4755
16	2	3	1	3	2	50	120	3	1.2	20	-0.908	0.1237	0.1237
17	2	3	2	1	3	50	120	4	0.8	24	-0.267	0.5409	0.5409
18	2	3	3	2	1	50	120	5	1.0	16	-1.183	0.0656	0.0656
19	3	1	1	1	1	100	30	3	0.8	16	0.222	1.6691	1.6691
20	3	1	2	2	2	100	30	4	1.0	20	0.098	1.2518	1.2518
21	3	1	3	3	3	100	30	5	1.2	24	0.001	1.0014	1.0014
22	3	2	1	2	3	100	60	3	1.0	24	0.204	1.6001	1.6001
23	3	2	2	3	1	100	60	4	1.2	16	-0.687	0.2058	0.2058
24	3	2	3	1	2	100	60	5	0.8	20	0.035	1.0851	1.0851
25	3	3	1	3	2	100	120	3	1.2	20	-0.527	0.2973	0.2973
26	3	3	2	1	3	100	120	4	0.8	24	0.114	1.3003	1.3003
27	3	3	3	2	1	100	120	5	1.0	16	-0.802	0.1578	0.1578
a	1	1	1	3	1	0	30	3	1.2	16	-0.977	0.1053	0.1053
b	1	3	3	1	3	0	120	5	0.8	24	-0.745	0.1800	0.1800
c	3	1	1	1	3	100	30	3	0.8	24	0.751	5.6331	5.6331
d	3	3	3	3	1	100	120	5	1.2	16	-1.039	0.0913	0.0913

$L_{27}(3^{13})$ 直交表的自由度討論

- $L_{27}(3^{13})$ 直交表實驗中， $?$ 次的實驗結果讓我們獲得 $?$ 個獨立的實驗數據，總共提供了 $?$ 個自由度。
- 總平均值佔用 $?$ 個自由度後，還有 $?$ 個自由度。
- 每一個3水準的因子效應必須佔用 $?$ 個自由度，因為必須以 $?$ 個數據來描述一個3水準的因子效應，亦即， $E^{1 \rightarrow 2}$ 及 $E^{2 \rightarrow 3}$ 。
- 一般而言，一個L水準的因子效應必須佔用 $?$ 個自由度。
- 兩個3水準因子間的交互作用佔用 $?$ 個自由度，因為必須有 $?$ 個數據來描述這6個線段之間的平行程度。這是兩個3水準因子間的交互作用必須佔用 $?$ 個直行的原因（一個直行提供 $?$ 個自由度）。
- 一個L水準的因子與另一個M水準的因子間的交互作用必須佔用 $?$ 個自由度。

3.4-4 混合水準直交表實驗 (L_{18})

表3.4-15 因子及其水準 (混合水準實驗)

Factor	Description	Level 1	Level 2	Level 3
E	Elastic modulus (GPa)	30	120	
T	Temperature (°C)	0	50	100
W	Beam width (mm)	3	4	5
H	Beam height (mm)	0.8	1.0	1.2
L	Beam length (mm)	16	20	24

$L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表及因子配置

表3.4-16 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表

Exp.	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>			
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1



$L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表的自由度討論

- $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表 (表3.4-16) 實驗中，? 次的實驗提供了? 個自由度。
- 8個直行總共是? 個自由度，剩下? 個自由度。
- $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表的8個直行利用到全部的18個數據嗎?
- $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 的點線圖顯示，只有第1, 2行間的交互作用是可以評估的 (其它行之間並沒有「線」將它們連接) 。
- 這個交互作用佔用? 個自由度 (2水準因子與3水準因子間的交互作用佔用? 個自由度)，但是點線圖並沒有標出這個交互作用所相對的行號。
- 這個交互作用並不相對任何行號，這? 個自由度就是前面所說的「剩下」的? 個自由度！
- 雖然它們並不相對任何行號，但可以用交互作用表的方法來評估交互作用。

實驗數據

表3.4-17 實驗數據 (L₁₈直交表實驗)

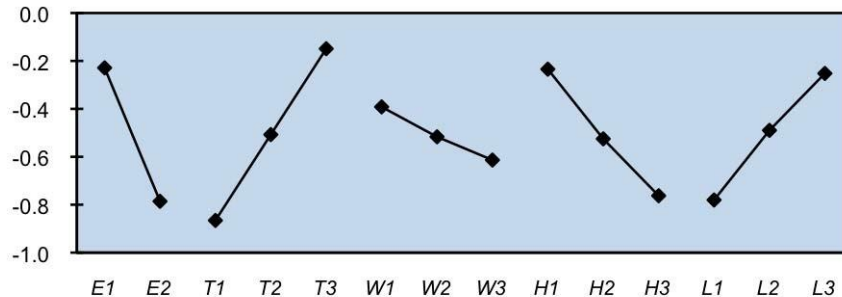
Exp.	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>y</i>	η
	1	2	3	4	5		
1	30	0	3	0.8	16	0.3556	-0.449
2	30	0	4	1.0	20	0.2667	-0.574
3	30	0	5	1.2	24	0.2133	-0.671
4	30	50	3	0.8	20	1.5046	0.177
5	30	50	4	1.0	24	0.9984	-0.001
6	30	50	5	1.2	16	0.1370	-0.863
7	30	100	3	1.0	16	0.8546	-0.068
8	30	100	4	1.2	20	0.7244	-0.140
9	30	100	5	0.8	24	3.3799	0.529
10	120	0	3	1.2	24	0.0889	-1.051
11	120	0	4	0.8	16	0.0667	-1.176
12	120	0	5	1.0	20	0.0533	-1.273
13	120	50	3	1.0	24	0.3693	-0.433
14	120	50	4	1.2	16	0.0475	-1.323
15	120	50	5	0.8	20	0.2504	-0.601
16	120	100	3	1.2	20	0.2973	-0.527
17	120	100	4	0.8	24	1.3003	0.114
18	120	100	5	1.0	16	0.1578	-0.802

Ave = -0.507

因子反應分析

表3.4-18 因子反應表 (L₁₈直交表實驗)

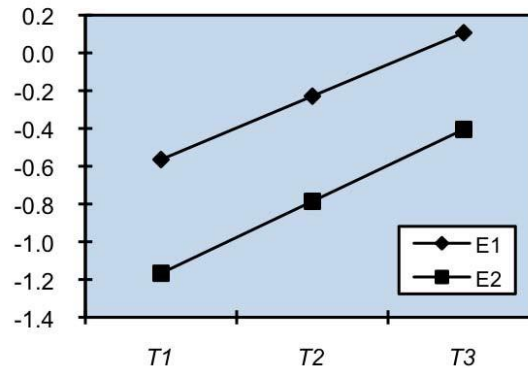
	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>			
	1	2	3	4	5	6	7	8
Level 1	-0.229	-0.866	-0.392	-0.234	-0.780	-0.507	-0.507	-0.507
Level 2	-0.786	-0.507	-0.517	-0.525	-0.490	-0.507	-0.507	-0.507
Level 3		-0.149	-0.614	-0.763	-0.252	-0.507	-0.507	-0.507
$E^{1 \rightarrow 2}$	-0.557	0.358	-0.125	-0.291	0.291	0.000	0.000	0.000
$E^{2 \rightarrow 3}$		0.358	-0.097	-0.238	0.238	0.000	0.000	0.000
$E^{1 \rightarrow 3}$		0.717	-0.222	-0.528	0.528	0.000	0.000	0.000



交互作用表/圖

表3.4-19 T 與 E 的交互作用表 (L_{18} 直交表實驗)

	$T1$	$T2$	$T3$
$E1$	-0.565	-0.229	0.107
$E2$	-1.167	-0.786	-0.405



實驗模式

實驗模式基本上和3.4-8式是類似的，但是因子順序及下標的範圍必須做一些修改：

$$\eta(E_i, T_j, W_k, H_m, L_n) =$$

其中 $i = 1, 2$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$; $m = 1, 2, 3$; $n = 1, 2, 3$ 。

譬如第1組實驗：

$$\eta(E1, T1, W1, H1, L1) =$$

實驗模式與理論公式的比較

表3.4-20 實驗模式 (3.4-9式) 與理論公式 (3.4-1式) 的比較

Exp.	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	η	<i>y</i>	3.4-1式
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5			
1	1	1	1	1	1	30	0	3	0.8	16	-0.4490	0.3556	0.3556
2	1	1	2	2	2	30	0	4	1.0	20	-0.5740	0.2667	0.2667
3	1	1	3	3	3	30	0	5	1.2	24	-0.6710	0.2133	0.2133
4	1	2	1	1	2	30	50	3	0.8	20	0.1770	1.5046	1.5046
5	1	2	2	2	3	30	50	4	1.0	24	-0.0010	0.9984	0.9984
6	1	2	3	3	1	30	50	5	1.2	16	-0.8630	0.1370	0.1370
7	1	3	1	2	1	30	100	3	1.0	16	-0.0680	0.8546	0.8546
8	1	3	2	3	2	30	100	4	1.2	20	-0.1400	0.7244	0.7244
9	1	3	3	1	3	30	100	5	0.8	24	0.5290	3.3799	3.3799
10	2	1	1	3	3	120	0	3	1.2	24	-1.0510	0.0889	0.0889
11	2	1	2	1	1	120	0	4	0.8	16	-1.1760	0.0667	0.0667
12	2	1	3	2	2	120	0	5	1.0	20	-1.2730	0.0533	0.0533
13	2	2	1	2	3	120	50	3	1.0	24	-0.4330	0.3693	0.3693
14	2	2	2	3	1	120	50	4	1.2	16	-1.3230	0.0475	0.0475
15	2	2	3	1	2	120	50	5	0.8	20	-0.6010	0.2504	0.2504
16	2	3	1	3	2	120	100	3	1.2	20	-0.5270	0.2973	0.2973
17	2	3	2	1	3	120	100	4	0.8	24	0.1140	1.3003	1.3003
18	2	3	3	2	1	120	100	5	1.0	16	-0.8020	0.1578	0.1578
a	1	1	1	3	1	30	0	3	1.2	16	-0.9774	0.1053	0.1053
b	2	1	3	1	3	120	0	5	0.8	24	-0.7447	0.1800	0.1800
c	1	3	1	1	3	30	100	3	0.8	24	0.7507	5.6331	5.6331
d	2	3	3	3	1	120	100	5	1.2	16	-1.0394	0.0913	0.0913