第5.2節 因子的重要性測試
Significance Tests

5.2-1 中間極限值定理
（Central Limit Theorem）

- 我們通常以常態分佈曲線來表示品質特性的分佈，但是這些品質特性真的是常態分佈嗎？
- 一般來說它們是會呈現常態分佈的，但是這些數據必須是「　　　　　　」的。
- 有一個方法有助於使資料更接近常態分佈：將所收集到的樣本資料隨機地分成若干個一組，取其__________，則這些「　　　　　　　　」（sample　averages）將會傾向常態分佈。
- Central Limit Theorem：

實例：擲骰子實驗

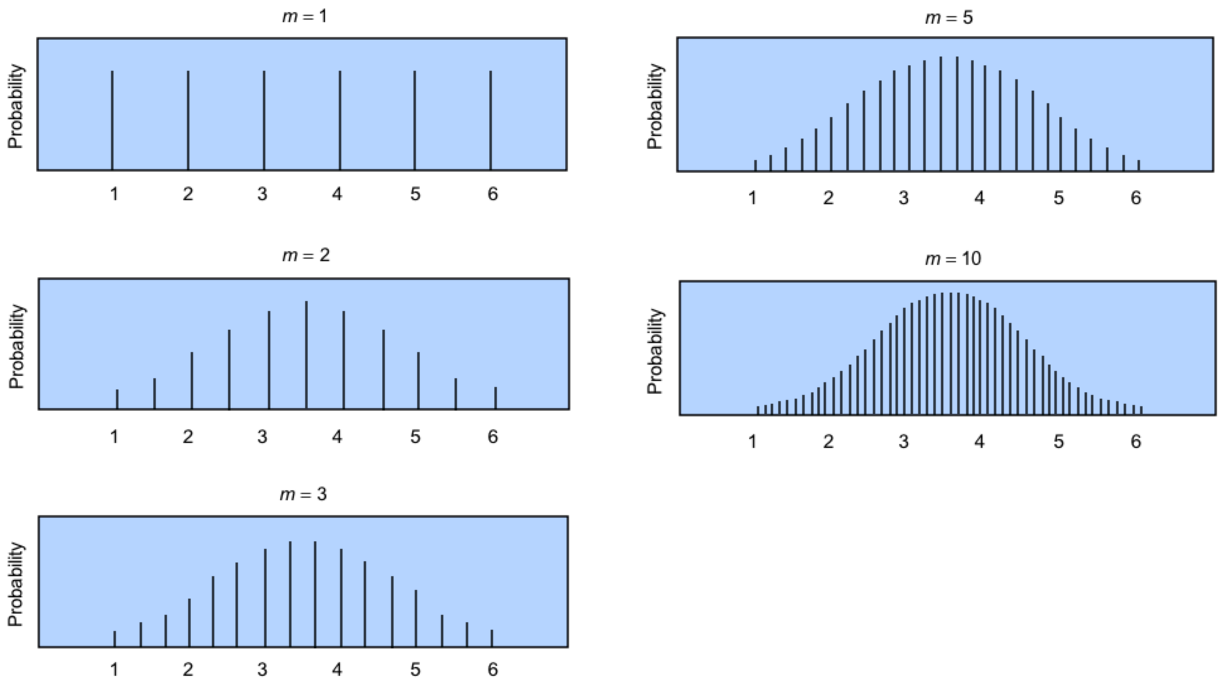
- 首先，我們每擲一次骰子就記錄下其結果（1至6的數字）。
- 因為出現1至6的機率都是一樣的，所以這些資料不是常態分佈，而是______的分佈，也就是說每一個數字出現的機率都是______。
- 如果一共擲了n次，則每一個數字出現的次數都是______次，它們的平均值 $\bar{y}$ 及標準偏差 S 分別是：

$$\bar{y} =$$

$$S =$$

實例：擲骰子實驗

- 每投擲m次骰子，便記錄此m次結果的平均值，則這些平均值的機率分佈如下：



實例：擲骰子實驗

- 從圖5.2-1可獲得下列幾個結論：

  隨著「樣本平均值」的分母m值的增加，

  （1）其機率分佈________常態分佈；

  （2）其平均值________原平均值3.5；

  （3）其標準偏差__________。

- 經更廣泛、更大量實驗次數的電腦模擬，我們可以得到「樣本平均值」的標準偏差等於原標準偏差的______之結論，亦即，圖5.2-1中第2~5組實驗的標準偏差分別是：

中間極限值定理（Central Limit Theorem）

- 假設y代表從某一樣本空間所隨機抽樣的數據，而z代表從同一樣本空間所隨機抽樣的每m個數據的平均值。
- 假設有無限多的樣本，則z的機率分佈曲線具有下列特點：

（1）無論y是否常態分佈，隨著m值增大，z會___________常態分佈；

（2）z的平均值和y的平均值會______；

（3）z的標準偏差是y的標準偏差的________。

- 第3項結論是本節討論的重點，它可以寫成：

或是

- 上兩式中，我們用箭頭符號來強調左邊的值在無窮多樣本的情況下會趨近右邊的值。
- 真實世界裡的樣本數是有限的，那麼，在有限樣本的情況下又如何呢？

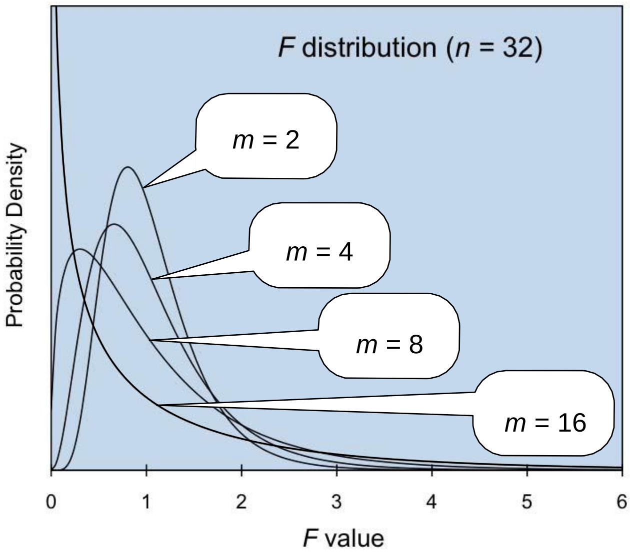
5.2-2 F分佈（F-Distribution）

- 5.2-2式中的比值稱為F值（是以發明「變異分析」的英國統計學者 Sir Ronald Fisher來命名的），亦即

- F 值的分母（S_y^2）代表直接由________所估計的________，而分子（mS_z^2）代表經由「　　　　　　　」所估計的______________。
- 它們分別是兩種________方法來評估________樣本空間的變異數。
- 當樣本有無限多個時，兩個變異數的比值會趨近____，亦即兩個估計值會相等。
- 但是如果在有限的樣本下，此比值有可能會偏離____。

有限樣本下的F值分佈

- 總樣本數n=32，且m為不同值時，經大量實驗後所統計的F值分佈曲線如下：
- 以m=2與m=16而言，哪種情況下F值等於1的機率較大? 為什麼?



如何繪製F分佈圖？

- 以產生圖5.2-2中m=2的分佈曲線為例：

1) 產生32個隨機值（利用Excel函數NORMSINV(RAND())來產生常態分佈的隨機值），計算這32個數值的變異數（使用VAR函數），令此變異數為S_y^2；
2) 將此32個隨機值每2個取平均，計算此16個平均值的變異數（VAR函數），並乘以2，令此值為mS_z^2；
3) 計算mS_z^2與S_y^2 的比值，此比值即為F值，將此F值記錄下來；
4) 重複1至3的步驟，越多次越好（至少幾百次），理論上必須無窮多次；
5) 將這些F值做**統計**，並畫成分佈圖，即可畫成如圖5.2-2中$m = 2$的分佈曲線。

- Homework：write a Matlab program to create the F distribution curve for n=32 and m=2.

討論：F 分佈曲線

- 隨著m值越大，F分佈曲線有________偏移的傾向。
- 在m很大時，F分佈曲線像是貼靠在縱軸上。
- F分佈曲線的形狀和____及____有關。

➢ Excel函數（FDIST）則是以分子（ mS_z^2 ）及分母（ S_y^2 ）的自由度來表示；

➢ 分母是原來____個樣本的偏離量所評估出來的變異數，其自由度DOF_y = ________；分子代表經平均後的_________個樣本的偏離量所評估出來的變異數，其自由度DOF_z = ____________。

➢ 以圖5.2-2中m = 2為例，DOF_y = _______，DOF_z = ________。

- Excel函數（FDIST）可以用來計算F值大於 x 的機率（亦即F分佈曲線下，橫座標大於 x 的_______）：

5.2-3 因子的重要性測試：F-測試（Significance Test）

- 我們可以利用F分佈來測試兩種方法估計出來的變異數（mS_z^2 與S_y^2 ）是否來自同一個樣本空間：

➢ 二者的比值（F 值）越大，則它們來自同一個樣本空間的可能性_______，亦即可能被某因素影響了。

- 在直交表實驗中，所謂因素是指___________；當F值很大時，表示此控制因子是___________________________，因為它實質上_________樣本空間。
- 以上的因子重要性測試方法稱為F測試（F-test）。

F -測試應用於直交表實驗

- 表 5.1-5 中的變異數（ 0.0099 ）是誤差向量的平方和除以其自由度（DOF_y = ______ ），事實上是________個實驗數據的變異數S_y^2，它代表

  ________________________的變異數。
- 其他各因子效應向量的平方和除以其自由度，事實上是另一種方法估計出來的變異數，亦即相當於________ 。
- 以B因子為例，其因子效應向量的平方和是如下計算：

$$SS_B =$$

其中 $\bar{y}_{Bk,\ k=1,2,3}$ ，事實上分別是______個實驗數據中，每_____個數據的平均值。

- 5.2-5式可以改寫成：

F -測試應用於直交表實驗

- 如果將5.2-5式除以自由度（ DOF_B = _____ ），則

$$\frac{SS_B}{DOF_B} =$$

- 上式中，m的右邊部分就是_____個反應值_______________的變異數（每個反應值都是______個數據的平均值），亦即，

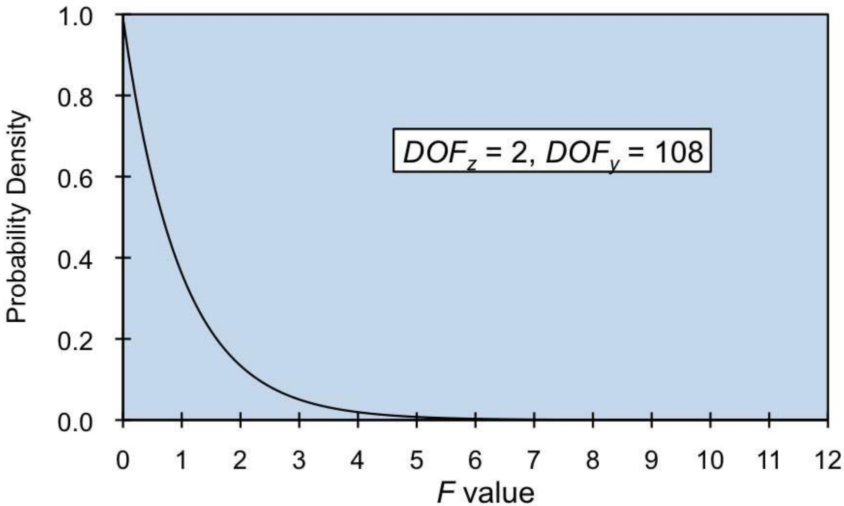
$$\frac{SS_B}{DOF_B} =$$

F -測試應用於直交表實驗

表5.2-1 瓷磚製程實例的變異分析表

Factor	*SS*	*DOF*	*Var*	*F*	Probability	Confidence level	Significance*
A	0.1264	1	0.1264	12.83	0.051%	99.949%	Yes
B	0.1642	2	0.0821	8.33	0.043%	99.957%	Yes
C	0.0165	2	0.0083	0.84	43.466%	56.534%	No
D	0.0143	2	0.0072	0.73	48.569%	51.431%	No
E	0.1378	2	0.0689	6.99	0.140%	99.860%	Yes
F	0.6005	2	0.3003	30.48	0.000%	100.000%	Yes
G	0.0361						
H	0.4421	2	0.2211	22.44	0.000%	100.000%	Yes
Others	0.0343	2	0.0172	1.74	17.984%	82.016%	No
Error	1.0640	108	0.0099	*S* = 0.0993			
Total	2.6363	125	*Note: At least 99% confidence level				

F -測試應用於直交表實驗



此圖可以拿來估算表5.2-1中的那些值?

討論：F -測試應用於直交表實驗

- 信心水準要達到什麼程度才能「宣佈」因子是重要的？這已經超出統計科學能回答的範圍，而必須依賴工程師的判斷了。
- 一般而言，工程師必須_______認定因子的重要性，因為工程師將變動這些重要因子來改善設計，在還沒有充分信心下，寧可維持原設計。
- 一般的準則是，信心水準要高達______，我們才認定該因子是有影響力的。
- 以多高的信心水準為門檻純然是工程師的判斷。「　　　　　　」常常更實用：大概一半的__________為重要因子所相對的信心水準做為門檻。
  - 如何用表5.2-1說明上述的一半準則?

- 實務上，除了_______外，_______或_______都是常用的門檻水準。